

# Программа вступительного экзамена в аспирантуру по специальности

## 1.1.8 «Механика деформируемого твердого тела»

### ОБЩАЯ ЧАСТЬ

1. Линейные отображения, операции с матрицами, решение систем линейных алгебраических уравнений. Теорема о неявной функции.
2. Задача Коши для системы обыкновенных дифференциальных уравнений. Фундаментальная система решений системы линейных дифференциальных уравнений с постоянными коэффициентами. Метод вариации постоянных. Классификация Пуанкаре особых точек на плоскости. Решение линейного уравнения  $n$ -го порядка, квазимногочлены.
3. Формулы Гаусса—Остроградского и Стокса.
4. Свойства производной аналитической функции и интеграл Коши. Простейшие конформные отображения. Ряды Тейлора и Лорана.
5. Классификация и примеры линейных уравнений с частными производными 2-го порядка. Основные виды начальных и краевых условий. Характеристики линейных уравнений с двумя независимыми переменными.
6. Формула Эйлера для поля скоростей в твердом теле; теоремы сложения скоростей и ускорений для точки; ускорение Кориолиса.
7. Инерциальные системы отсчета, принцип Галилея. Силы инерции.
8. Свободные и вынужденные колебания линейного осциллятора с трением. Математический маятник и его фазовый портрет.
9. Получение орбит в задаче о движении материальной точки в гравитационном поле притягивающего центра.
10. Внутренние и внешние силы для системы материальных точек. Заданные силы и реакции связей. Теоремы об изменении и законы сохранения импульса, кинетического момента и кинетической энергии системы. Модели сил трения.
11. Уравнения движения твердого тела с применением главных осей инерции. Вращение твердого тела по инерции. Осесимметричный волчок, гироскопический эффект.
12. Модель идеальных связей. Уравнения Лагранжа и Гамильтона для голономных систем с потенциальными силами. Интеграл энергии, циклический интеграл. Вариационный принцип Гамильтона.
13. Теорема Лагранжа об устойчивости положения равновесия. Теория малых колебаний. Теорема Якоби об интегрировании канонических уравнений, метод разделения переменных.
14. Управляемость, наблюдаемость, стабилизируемость механических систем. Оценивание состояния при случайных возмущениях. Принцип максимума Понтрягина в оптимальном управлении.
15. Свойства тензоров конечных и малых деформаций. Кинематический смысл компонент тензора скоростей деформации. Кинематические свойства вихрей. Сохранение массы и уравнение неразрывности в переменных Эйлера и Лагранжа.
16. Массовые и поверхностные силы. Законы изменения импульса и кинетического момента. Симметричность тензора напряжений. Дифференциальные уравнения движения сплошной среды. Связь между напряженным состоянием и деформацией. Определяющие соотношения. Замкнутые системы уравнений.
17. Теорема об изменении кинетической энергии, работа внутренних поверхностных сил. Первый закон термодинамики. Уравнение притока тепла. Вектор потока тепла, закон теплопроводности Фурье. Второй закон термодинамики. Энтропия.
18. Модели идеальных жидкостей. Постановки задач. Установившиеся течения, интеграл Бернулли. Парадокс Д'Аламбера. Потенциальные течения, интеграл Коши—Лагранжа. Вихревые течения, теоремы Томсона и Лагранжа.
19. Модель вязкой ньютоновской жидкости, постановка задач, граничные условия. Ламинарные и турбулентные течения. Число Рейнольдса. Течение Пуазейля. Уравнения

- Рейнольдса. Понятие о пограничном слое.
20. Модель линейного упругого тел, закон Гука, постановки задач теории упругости в перемещениях и напряжениях. Продольные и поперечные волны в изотропной упругой среде. Функция напряжений плоского напряженного состояния. Задача Ламе о толстостенной трубе.
  21. Слабые и сильные разрывы. Условия на поверхности разрыва. Ударные волны. Число Маха.
  22. Модели неупругого поведения тел: идеальная пластичность, упрочнение, линейная вязкоупругость.
  23. Адиабатические и изотермические процессы. Термодинамические модели вязких теплопроводных совершенного газа и несжимаемой жидкости. Линейная термоупругость.
  24. Моделирование физических процессов, пи-теорема. Критерии подобия.

### **Литература к общей части**

1. Кострикин А.И. Введение в алгебру. Основы алгебры. М.: Физматлит, 1994.
2. Зорич В.А. Математический анализ. Ч. 1, 2. М.: Изд-во МЦНМО, 2012.
3. Филиппов А.Ф. Введение в теорию дифференциальных уравнений. М.: Едиториал УРСС, 2004.
4. Лаврентьев М.А., Шабат Б.В. Методы теории функций комплексного переменного. М.: Наука, 1973.
5. Тихонов А.Н., Самарский В.А. Уравнения математической физики. М.: Наука, 1966.
6. Маркеев А.П. Теоретическая механика. М.: Наука. 1990.
7. Голубев Ю.Ф. Основы теоретической механики. М.: Изд-во МГУ, 2000.
8. Александров В.В., Болтянский В.Г., Лемак С.С., Парусников Н.А., Тихомиров В.М. Оптимальное управление движением. М.: Физматлит, 2005.
9. Седов Л.И. Механика сплошной среды. Т. 1, 2. М.: Наука, 1994.
10. Ильюшин А.А. Механика сплошной среды. М.: Изд-во МГУ, 1978.
11. Кочин Н.Е., Кибель И.А., Розе Н.В. Теоретическая гидромеханика. Т.1, 2. М.: Физматгиз. 1963.
12. Черный Г.Г. Газовая динамика. М.: Наука. 1988.
13. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Основы механики сплошной среды. М.: Физматлит, 2006.
14. Галин Г.Я., Голубятников А.Н., Каменярж Я.А., Карликов В.П., Куликовский А.Г., Петров А.Г., Свешникова Е.И., Шикина И.С., Эглит М.Э. Механика сплошных сред в задачах. Т. 1.: Теория и задачи. Т. 2.: Ответы и решения. М.: Московский лицей, 1996.
15. Новацкий В. Теория упругости. М.: Мир, 1975.
16. Моисеев Н.Д. Очерки развития механики. М.: Изд-во МГУ, 1961.

### **СПЕЦИАЛЬНАЯ ЧАСТЬ**

1. Обобщенный закон Гука. Закон Гука для изотропного упругого тела. Модуль Юнга, модуль сдвига, модуль объемного сжатия и коэффициент Пуассона, их механический смысл и способы экспериментального определения, связь с коэффициентами Ламе. Простейшие задачи для упругих изотропных тел: всестороннее сжатие, простой сдвиг упругого слоя, одноосное растяжение (сжатие).
2. Постановки краевых задач МДТТ в перемещениях и напряжениях.
3. Однородные и неоднородные среды, изотропные и анизотропные материалы. Изотропные и анизотропные тензорные функции и операторы (линейные, нелинейные, квазилинейные). Описание с их помощью определяющих соотношений МДТТ. Материальные функции.
4. Кручение призматического упругого бруса. Крутка, депланация. Связь крутки и крутящего момента. Точное решение для круглого стержня. Использование в задаче о кручении функции напряжения. Аналогия с течением Пуазейля.

5. Чистый изгиб бруса. Основные гипотезы. Связь продольного напряжения и изгибающего момента. Принцип Сен-Венана.
6. Контактная задача для упругой полуплоскости. Осесимметричная контактная задача для упругого полупространства. Постановка контактной задачи Герца.
7. Диаграмма растяжения-сжатия образца. Пластические деформации. Предел текучести, площадка текучести, упрочнение, эффект Баушингера, петля гистерезиса. Простейшие одномерные модели пластичности: жестко идеально-пластический материал, упруго идеально-пластический материал, упругопластический материал с линейным упрочнением.
8. Понятие о поверхности нагружения. Запись уравнения поверхности текучести для случаев идеальной пластичности, пластичности с изотропным, кинематическим и изотропно-кинематическим упрочнением. Принцип градиентальности приращения пластической деформации. Деформационная теория пластичности.
9. Простое нагружение. Теория малых упругопластических деформаций: основные соотношения и постановка задачи. Метод упругих решений.
10. Идеальная пластичность. Жесткопластическая модель. Понятие о предельном состоянии. Верхняя и нижняя оценки предельной нагрузки. Метод характеристик. Теорема Генки. Задача о внедрении штампа в полуплоскость и изгибе балки с надрезами. Разрывные решения и условия на разрывах. Пример: смятие угла.
11. Основные положения теории ползучести. Описание одномерной ползучести и релаксации. Установившаяся ползучесть при сложном напряженном состоянии. Труба под действием внутреннего давления. Ползучесть с изотропным упрочнением.
12. Основные положения наследственной упругости. Линейная теория (линейная вязкоупругость). Реологические модели. Принцип Вольтерра.
13. Композиционные материалы. Линейные эффективные определяющие соотношения. Методы нахождения эффективных модулей. Метод осреднения в механике композитов.
14. Основные положения линейной механики разрушения. Типы трещин. Постановка задачи. Асимптотика напряжений и перемещений в вершине трещины. Коэффициент интенсивности и сила сопротивления раскрытию трещины. Сопоставление силового и энергетического подходов.
15. Обобщенные решения в МДТТ. Вариационные постановки задач МДТТ. Методы Ритца и Бубнова-Галеркина. Вариационно-сеточные методы. Методы аппроксимаций. Метод численной реализации упругого решения.
16. Итерационные методы решения нелинейных задач МДТТ. Свойства касательных модулей и податливостей, обеспечивающие их сходимость.

## РЕКОМЕНДУЕМАЯ ЛИТЕРАТУРА

1. Ильюшин А.А. Пластичность. Ч. 1. Упругопластические деформации. М.:Логос, 2004.
2. Ильюшин А.А., Ленский В.С. Сопротивление материалов. ГИФМЛ. М.:1959.
3. Ильюшин А.А., Победря Б.Е. Основы математической теории термовязкоупругости. М., Наука, 1970.
4. Качанов Л.М. Основы теории пластичности. М.:Наука, 1969.
5. Керштейн И.М., Ключников В.Д., Ломакин Е.В., Шестериков С.А. Основы экспериментальной механики разрушения. 1989. М.: Изд. МГУ.
6. Ключников В.Д. Математическая теория пластичности. 1980. М.: Изд. МГУ.
7. Победря Б.Е. Механика композиционных материалов. М., Изд-во МГУ, 1984.
8. Победря Б.Е. Численные методы в теории упругости и пластичности. М., Изд-во МГУ, 1995.
9. Победря Б.Е., Георгиевский Д.В. Лекции по теории упругости. М., Эдиториал УРСС, 1999.
10. Работнов Ю.Н. Механика деформируемого твердого тела. М.:Наука, 1979.
11. Тимошенко С.П., Гудьер Дж. Теория упругости. М.:Наука, 1975.