

УЕДИНЕННЫЕ ВОЛНЫ В ГИПЕРУПРУГОЙ ТРУБКЕ С ПРОТЕКАЮЩЕЙ НЕВЯЗКОЙ ИЛИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТЬЮ

Веденеев В.В.

Московский государственный университет им. М.В. Ломоносова, Москва, Россия

Аннотация доклада

Существует множество исследований, посвященных движению и устойчивости упругих трубок с протекающей внутри жидкостью, с приложениями в ядерной энергетике, системах охлаждения и биомеханике. Изучаются как «жесткие» трубки, теряющие устойчивость в виде изгибных колебаний [1,2], так и «мягкие» трубки, колеблющиеся с сохранением прямолинейности оси, но с изменением поперечного сечения [3]. В последнее десятилетие растет интерес к неподвижным и движущимся солитонам в мембранных гиперупругих трубках, содержащих текущую жидкость [4-6], в т.ч. как к модели аневризмы кровеносного сосуда. Уравнения движения [4] в этих исследованиях состоят из точных, геометрически и физически нелинейных, уравнений движения трубки и упрощенной гидродинамической постановки: невязкая жидкость с постоянным распределением скорости в каждом поперечном сечении.

В настоящей работе обобщаются уравнения движения [4] для учета вязкости жидкости в приближении [7, 8], и исследуются солитоноподобные решения в бесконечных, полубесконечных или конечных мембранных трубках, сделанных из несжимаемого гиперупругого материала Гента (резина), содержащих вязкую (вообще говоря, неньютоновскую) жидкость.

Если жидкость находится в состоянии покоя, а трубка достаточно сильно раздута на бесконечности, доказано, что существует единственное решение в виде уединенной волны раздутия. Когда жидкость движется, но не учитывается вязкость, появляется второй солитон, который представляет собой уединенную волну пережатия. Получен диапазон скоростей жидкости, в котором существует каждый вид уединенной волны.

Если движущаяся жидкость вязкая, доказывается, что существуют два предельных состояния при $x \rightarrow -\infty$ и $x \rightarrow +\infty$, так что деформации стенки трубки стремятся к предельным конечным значениям, а напряжения стремятся к бесконечности и компенсируют бесконечно растущее давление и растягивающую силу, действующую со стороны жидкости вверх по потоку (или уменьшающиеся вниз по потоку). Переход между этими двумя предельными состояниями происходит в «центральной» части трубки. Получен диапазон скоростей жидкости, в котором существует монотонный переход между состояниями (т.е. решение для всей бесконечно длинной трубы). Солитоноподобных решений для бесконечно длинных трубок не существует. Однако, солитоноподобные решения существуют для трубок, бесконечно длинных в одном направлении, но конечных в другом (вверх или вниз по потоку). Решения в виде регулярных волн для полубесконечных трубок не существуют. Для трубок конечной длины существуют как солитоноподобные, так и регулярные волновые решения.

1. Paidoussis, M.P. Fluid-structure interactions: slender structures and axial flow. Vol. 1. Academic press, 1998.
2. Горшков А.Г., Морозов В.И., Пономарёв А.Т., Шклярчук Ф.Н. Аэрогидроупругость конструкций. М.: Физматлит, 2000.
3. Heil, M., Hazel, A.L. Fluid-Structure Interaction in Internal Physiological Flows. *Ann. Rev. Fluid Mech.* V. 43, p. 141-162, 2011.
4. M. Epstein, C. R. Johnston. On the exact speed and amplitude of solitary waves in fluid-filled elastic tubes. *Proc. R. Soc. Lond. A.* 2001. Vol. 457. P. 1195–1213.
5. Y.B. Fu, A.T. Ilichev. Solitary waves in fluid-filled elastic tubes: existence, persistence, and the role of axial displacement. *IMA Journal of Applied Mathematics.* 2010. Vol. 75. P. 257--268.
6. A.T. Ilichev, Y.B. Fu. Stability of an inflated hyperelastic membrane tube with localized wall thinning. *International Journal of Engineering Science.* 2014. Vol. 80. P. 53-61.
7. A. B. Poroshina, V. V. Vedeneev. Existence and uniqueness of steady state of elastic tubes conveying power law fluid. *Russian Journal of Biomechanics.* 2018, Vol. 22, No. 2, P. 169-193.
8. V. V. Vedeneev, A. B. Poroshina. Stability of an elastic tube conveying a non-Newtonian fluid and having a locally weakened section. *Proc. Steklov Math. Inst.*, 2018, Vol. 300. P. 34-55.