

МЕТОД СТРУКТУРНЫХ ФУНКЦИЙ В РЕШЕНИИ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ ОБ ИЗГИБЕ НЕОДНОРОДНЫХ УПРУГИХ ПЛАСТИН

Л.А. Кабанова

Механико-математический факультет МГУ им. М.В. Ломоносова, Москва.

*email: liubov.kabanova@math.msu.ru

Доклад посвящён вопросу применения метода структурных функций – одной из техник построения приближенных решений задачи теории упругости для тела произвольной неоднородности. Метод структурных функций (МСФ) был исходно получен в работах В. И. Горбачева, как способ построения приближенного решения краевой задачи для уравнения в частных производных с переменными коэффициентами в виде ряда по производным решения краевой задачи, называемой сопутствующей – она состоит из уравнения в частных производных с постоянными коэффициентами и граничных условий, аналогичных исходной краевой задаче. Вариации метода на данный момент разработаны для ряда задач математической физики, динамической задачи теории упругости, задач теплопроводности, и многих других. Однако исследование приближенных решений, которые являются результатами работы метода, равно как и изучение влияния параметров настройки метода на точность получаемого приближения, требует продолжения и расширения пула тестовых задач. В данной работе МСФ применён к задачам о нагружении линейно-упругих неоднородных пластин, построены и проанализированы приближения решения тестовой задачи.

Согласно основному соотношению МСФ, решение задачи о нагружении неоднородного тела можно представить в виде ряда по производным решения задачи о нагружении однородного тела; коэффициенты этого ряда называют структурными функциями. В более ранних работах представлены два способа вычисления структурных функций; в данной работе показана их эквивалентность.

Вычисление суммы ряда – основного соотношения МСФ – на практике представляет собой сложную задачу, равно как и построение точного решения задачи о нагружении однородного тела – для конкретных задач рассматривается МСФ-приближение конечного порядка и, как правило, приближенное решение сопутствующей задачи. В данной работе рассматривается вопрос целесообразности повышения порядка МСФ-приближения при использовании конкретного приближения решения сопутствующей задачи.

В докладе приведена процедура построения МСФ-приближений решения задачи о квазистатическом нагружении прямоугольной пластины, составленной из линейно-упругих ортотропных слоёв, на боковых гранях которой допускаются только продольные перемещения. Построены приближения I и II порядка МСФ; рассмотрены приближения решения сопутствующей задачи в рамках модели Кирхгофа, Тимошенко и Пагано; сопоставлены два варианта выбора упругих свойств сопутствующего тела.

Построенные МСФ-приближения решения тестовой задачи численно сопоставлены с известными приближениями решения такой задачи; с решением задачи при помощи метода конечных элементов. Численные сопоставления проведены для случая симметричных и асимметричных укладок; показана тенденция приближенных решений к повышению точности с уменьшением толщины пластины и совпадение приближенных решений с точным для случая однородной пластины.