

Проблема связи уравнений сплошной среды и кинетических уравнений. Групповой подход в одномерном случае. Уравнения течения вместо уравнений сплошной среды.

Боровских А.В., Платонова К.С.

Обсуждается проблема вывода уравнений сплошной среды из кинетических уравнений. Развивается метод, опирающийся на групповые методы анализа. В докладе будут приведены окончательные результаты, полученные для простейшего одномерного кинетического уравнения $f_t + cf_x + (Ff)_c = 0$.

Групповая классификация уравнений позволила выделить один класс уравнений с максимальной (восьмимерной) и шесть классов уравнений с субмаксимальной (трехмерной) группой симметрий.

В случае $F = 0$, представляющей семейство уравнений с восьмимерной группой симметрий, использование группового метода привело к системе уравнений $\rho_t + (\rho u)_x = 0$, $u_t + uu_x = 0$, которая хорошо известна как уравнения «гидродинамики без давления». При этом каждому решению $(\rho(t, x), u(t, x))$ соответствует распределение $f(t, x, c) = \rho(x - ct)\delta(c - u(x - ct))$.

Для уравнений с трехмерными группами симметрий оказалось, что, с одной стороны, вообще говоря, корректно определены только первые две моментные функции (то есть плотность массы и скорость течения), а с другой – что от моментной системы остается единственное уравнение – уравнение неразрывности. Однако групповым методом и здесь удалось получить уравнения, описывающие поведение макроскопических величин. Правда, эти уравнения по виду сильно отличаются от привычных уравнений сплошной среды. Они представляют собой полные системы автономных уравнений, но имеют произвольные функции в коэффициентах, что позволяет описывать целые семейства соответствующих течений.

При этом, с одной стороны, единственное моментное уравнение – уравнение неразрывности – оказывается следствием этих уравнений, а с другой – полученные групповым методом уравнения интегрируются в общем виде, поэтому их рассмотрение оказывается более предпочтительным, чем традиционное рассмотрение урезанной моментной системы.

- [1] Платонова К. С., Боровских А.В. *Групповой анализ одномерного уравнения Больцмана. Инварианты и проблема замыкания моментной системы*, ТМФ, 208 (2021), № 3, 367-386.
- [2] Боровских А.В., Платонова К.С. *Групповой анализ одномерного кинетического уравнения и проблема замыкания моментной системы. От условия инвариантных связей к методу группового расслоения*, ТМФ, 226 (2026), № 1, 156-208.